

PLANARITAS SUATU GRAF

SKRIPSI

Diajukan Kepada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan

Universitas Muhammadiyah Malang

Sebagai Salah Satu Prasyarat untuk Mendapatkan

Gelar Sarjana Pendidikan Matematika



Oleh:

Alvi Nurul Azizah

NIM: 201710060311025

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH MALANG

2024

LEMBAR PERSETUJUAN

SIDANG SKRIPSI

JUDUL:

PLANARITAS SUATU GRAF

Oleh:

Alvi Nurul Azizah

NIM: 201701060311025

Telah memenuhi persyaratan untuk dipertahankan

Di depan Dewan Penguji dan disetujui

Pada tanggal 10 Juli 2024

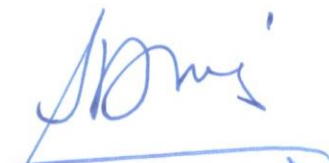
Menyetujui:

Pembimbing Utama,



Drs. Hendaryo Cahyono, M.Si

Pembimbing Pendamping,



Adi Slamet Kusumawardana, M.Si

LEMBAR PENGESAHAN

Skripsi dengan Judul  
PLANARITAS SUATU GRAF

Oleh:

Alvi Nurul Azizah

NIM: 201710060311025

Telah dipertahankan di depan Dewan Penguji dan  
Diterima sebagai salah satu persyaratan memperoleh  
Gelar Sarjana Pendidikan Matematika, disyahkan  
pada tanggal 16 Juli 2024



Prof. Dr. Endang Sri Handayani, M.M

Dewan Penguji

1. Drs. Hendarto Cahyono, M.Si
2. Adi Slamet Kusumawardana, M.Si
3. Dr. Alfiani Athma Putri Rosyadi, M.Pd.
4. Arif Hidayatul Khusna, M.Pd

Tanda Tangan

## SURAT PERNYATAAN KEASLIAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Alvi Nurul Azizah  
Tempat/Tgl lahir : Sangatta/15 Maret 1999  
NIM : 201710060311025  
Fak/Prodi : FKIP/Pendidikan Matematika

Dengan ini menyatakan dengan sebenarnya bahwa:

1. Skripsi yang berjudul “Planaritas Suatu Graf” adalah hasil karya saya sendiri, dan di dalamnya tidak terdapat karya ilmiah orang lain dalam bentuk apapun kecuali kutipan yang disebutkan sumbernya.
2. Apabila ternyata dalam naskah ini terbukti ada unsur-unsur plagiasi, maka saya bersedia diproses secara hukum, serta skripsi dan gelar akademik dibatalkan.
3. Skripsi ini dapat dijadikan sumber pustaka yang merupakan hak bebas royalti non-eksklusif.

Malang, 10 Juli 2024

Yang menyatakan,



Alvi Nurul Azizah

NIM: 201710060311025

### Lembar Hasil Deteksi Persentase Similarity (Kesamaan) Karya Ilmiah Mahasiswa

Lembar Hasil Deteksi Plagiasi ini menyatakan bahwa mahasiswa:

Nama : Alvi Nurul Azizah

NIM : 201710060311025

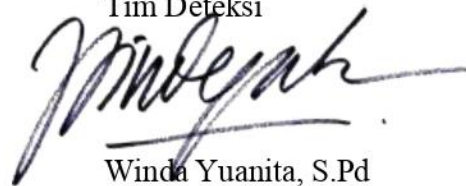
Telah melalui cek kesamaan Karya Ilmiah (Skripsi) Mahasiswa dengan hasil sebagai berikut:

| Bagian Skripsi       | Persentase Kesamaan |
|----------------------|---------------------|
| Pendahuluan          | 8%                  |
| Kajian Pustaka       | 11%                 |
| Metode Penelitian    | 12%                 |
| Hasil dan Pembahasan | 0%                  |
| Kesimpulan dan Saran | 0%                  |

Dengan ini disimpulkan bahwa hasil deteksi plagiasi telah memenuhi syarat ketentuan yang diatur pada Peraturan Rektor No. 2 Tahun 2017.

Malang, 25 Juli 2024

Tim Deteksi



Winda Yuanita, S.Pd

## ABSTRAK

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang walaupun umurnya masih sangat muda, tetapi telah mengalami perkembangan yang cukup pesat. Pembahasan tugas akhir ini akan difokuskan pada graf planar, yaitu graf yang dapat digambarkan tanpa ada sisi yang berpotongan. Penelitian ini bertujuan untuk menyelidiki langkah-langkah untuk mengetahui planaritas suatu graf dan metode yang digunakan adalah studi literatur. Setelah diselidiki menggunakan teorema Euler dan teorema Kuratowski serta akibat dan turunan dari teorema-teorema tersebut ternyata terdapat graf yang tidak dapat dikatakan planar, yaitu graf-graf yang memuat  $K_{3,3}$  dan  $K_5$  sebagai subgrafnya, baik dalam bentuk tersebut, hasil dari subdivisi, maupun hasil dari kontraksi. Salah satunya adalah graf Petersen. Selain itu, terdapat graf yang meskipun terlihat tidak planar namun setelah dilakukan penyelidikan dan penggambaran ulang ternyata merupakan graf planar, sebagai contoh yaitu graf kedua yang digunakan dalam uji kasus.

Kata Kunci: graf planar, graf Petersen, teorema Euler, teorema Kuratowski

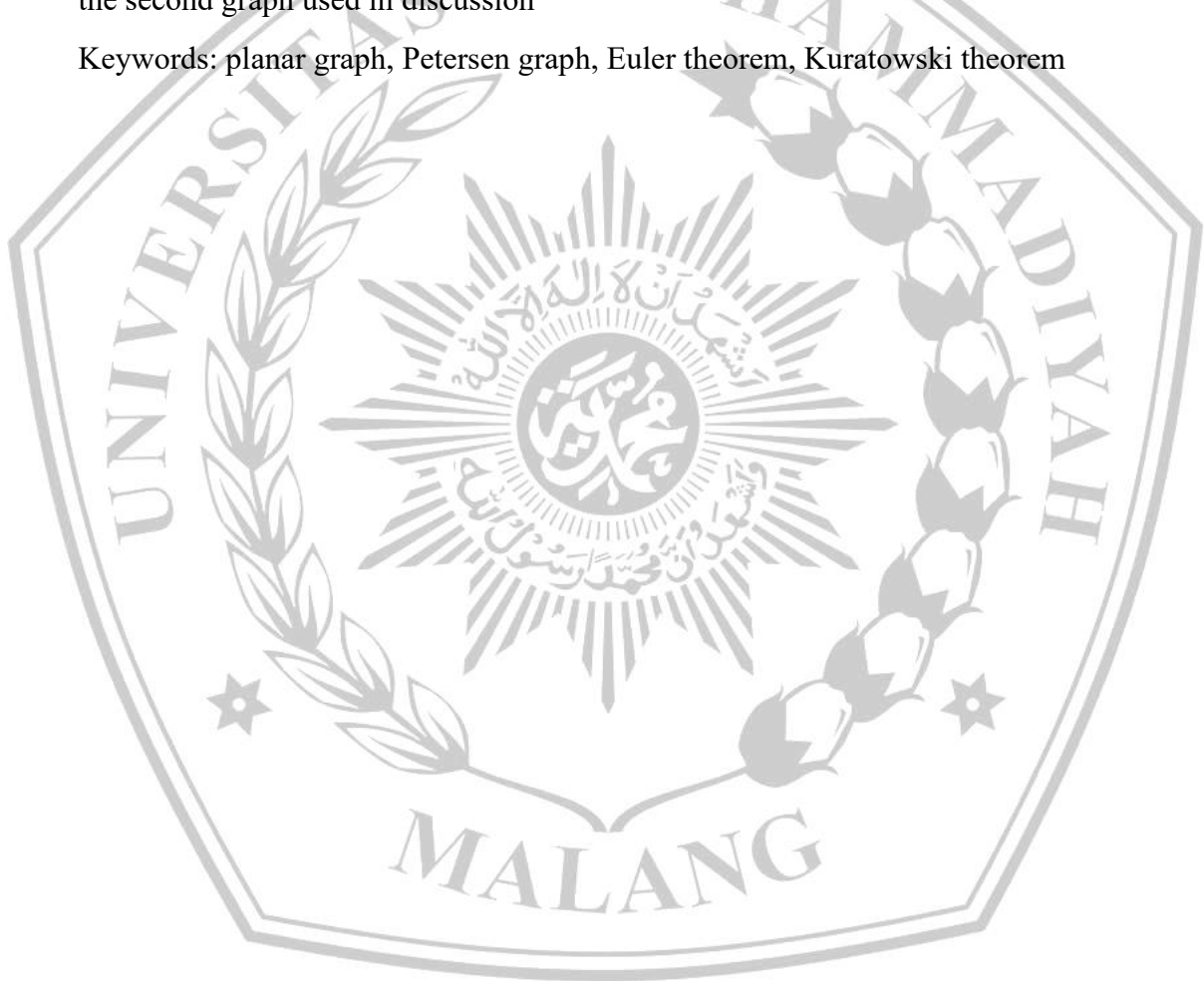




## ABSTRACT

Graph theory is one of math topic that even with its young age, has already been developed a lot. This essay will be focused on planar graph, which is a graph that can be drawn on a plane without any of the edges crossing. This essay intends to figure out the steps needed to know a graph's planarity and the method used is literature study. After using Euler theorem and Kuratowski theorem along with the theorems that is related to them, it turns out that there are graphs that aren't planar, which are graphs that include  $K_{3,3}$  and  $K_5$  as a subgraph, both as it is, as a result of subdivision, and as a result of contraction, are also not planar. One of them is Petersen graph. On the other hand, there are graphs that at a first glance don't look planar but after investigating and redrawing them turn out to be planar, for example the second graph used in discussion

Keywords: planar graph, Petersen graph, Euler theorem, Kuratowski theorem



## KATA PENGANTAR

Syukur alhamdulillah senantiasa dipanjatkan ke hadirat Allah Swt., yang telah melimpahkan rahmat dan karunia-Nya sehingga skripsi ini dapat disusun dan diselesaikan. Adapun judul skripsi ini adalah “Planaritas Suatu Graf” dan diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh Gelar Sarjana Pendidikan Matematika di Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Malang.

Dalam proses pembuatan skripsi ini penulis banyak diberi bimbingan dan masukan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak, ibu, dan kakak yang selalu memberikan doa dan semangat serta kasih sayang kepada penulis.
2. Bapak Drs. Hendarto Cahyono, M.Si dan Bapak Adi Slamet Kusumawardana, M.Si selaku dosen pembimbing yang telah dengan sabar memberikan arahan dan masukan dari awal penulisan hingga selesai.
3. Pihak lain yang telah berkontribusi dalam penulisan skripsi ini, baik secara langsung maupun tidak langsung, yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kata sempurna, sehingga kritik dan saran demi perbaikan skripsi ini sangat diharapkan. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat dan kontribusi, serta menjadi referensi yang bermanfaat bagi penelitian selanjutnya.

Malang,

Penulis,

Alvi Nurul Azizah

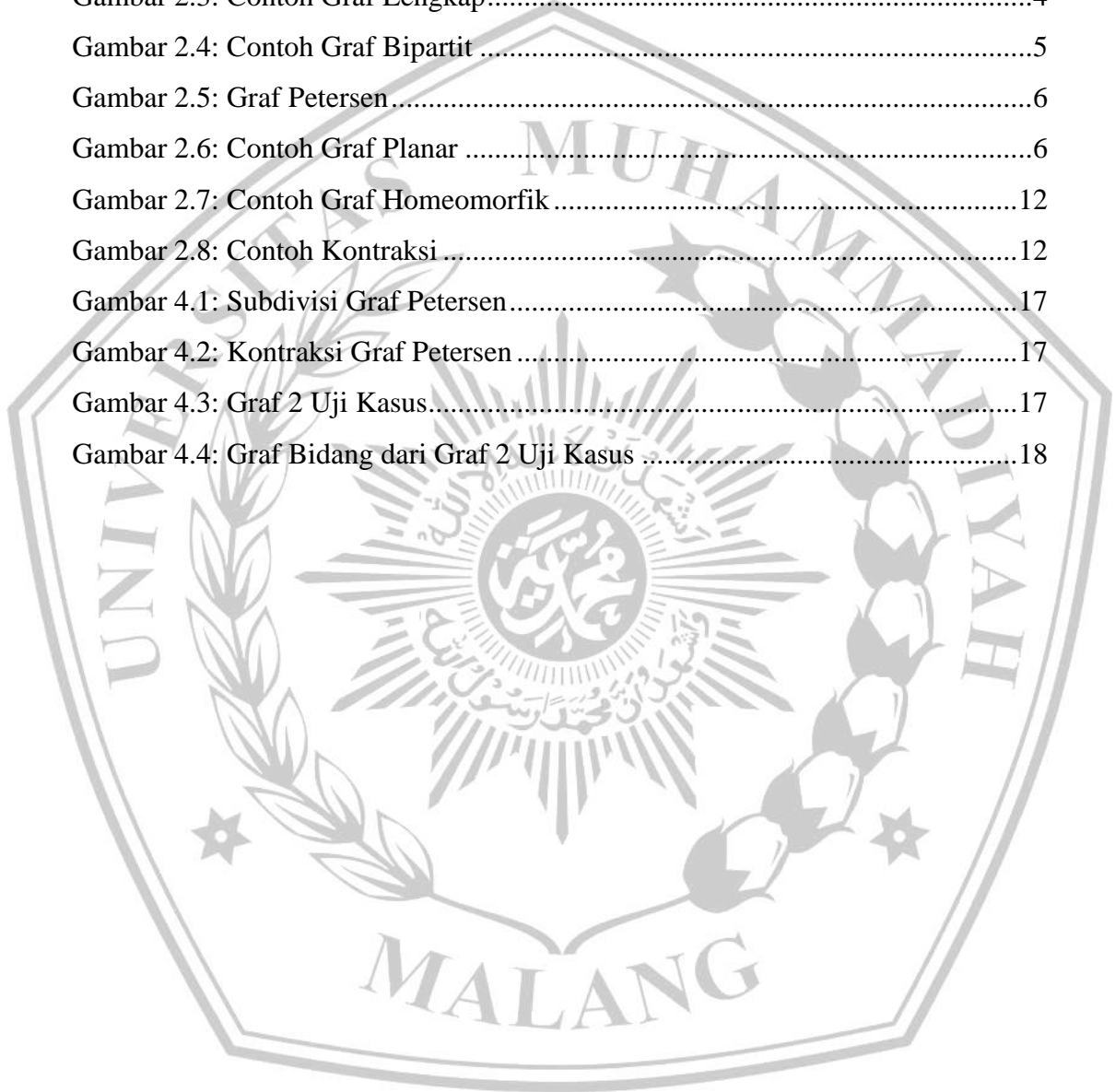


## DAFTAR ISI

|                                   |      |
|-----------------------------------|------|
| LEMBAR PERSETUJUAN.....           | i    |
| LEMBAR PENGESAHAN .....           | ii   |
| SURAT PERNYATAAN KEASLIAN.....    | iii  |
| HASIL CEK PLAGIASI.....           | iv   |
| ABSTRAK.....                      | v    |
| ABSTRACT.....                     | vi   |
| KATA PENGANTAR.....               | vii  |
| DAFTAR ISI.....                   | viii |
| DAFTAR GAMBAR.....                | ix   |
| BAB I. PENDAHULUAN.....           | 1    |
| BAB II. KAJIAN PUSTAKA.....       | 3    |
| A. Graf.....                      | 3    |
| B. Isomorfisme Graf .....         | 4    |
| C. Graf Lengkap.....              | 4    |
| D. Graf Bipartit .....            | 4    |
| E. Graf Petersen .....            | 5    |
| F. Graf Planar .....              | 6    |
| BAB III. METODE PENELITIAN.....   | 13   |
| BAB IV. HASIL DAN PEMBAHASAN..... | 16   |
| BAB V. KESIMPULAN DAN SARAN.....  | 19   |
| DAFTAR RUJUKAN.....               | 20   |

## DAFTAR GAMBAR

|  |    |
|--|----|
| Gambar 2.1: Contoh Graf.....                                 | 3  |
| Gambar 2.2: Contoh Graf yang Saling Isomorfik dan Tidak..... | 4  |
| Gambar 2.3: Contoh Graf Lengkap.....                         | 4  |
| Gambar 2.4: Contoh Graf Bipartit .....                       | 5  |
| Gambar 2.5: Graf Petersen.....                               | 6  |
| Gambar 2.6: Contoh Graf Planar .....                         | 6  |
| Gambar 2.7: Contoh Graf Homeomorfik.....                     | 12 |
| Gambar 2.8: Contoh Kontraksi .....                           | 12 |
| Gambar 4.1: Subdivisi Graf Petersen.....                     | 17 |
| Gambar 4.2: Kontraksi Graf Petersen .....                    | 17 |
| Gambar 4.3: Graf 2 Uji Kasus.....                            | 17 |
| Gambar 4.4: Graf Bidang dari Graf 2 Uji Kasus .....          | 18 |



## DAFTAR RUJUKAN

Balakrishnan, R., & Ranganathan, K. (2012). *A Textbook of Graph Theory*. New York: Springer.

Bhatti, U. A., Tang, H., Wu, G., Marjan, S., & Husain, A. (2023). Deep Learning with Graph Convolutional Networks: An Overview and Latest Applications in Computational Intelligence. *International Journal of Intelligent Systems*.

Bondy, J., & Murty, U. (2008). *Graph Theory*. California: Springer.

Broumi, S., Mohanaselvi, S., Witczak, T., Talea, M., Bakali, A., & Smarandache, F. (2023). Complex Fermatean Neutrosophic Graph and Application to Decision Making. *Decision Making Applications in Management and Engineering*, 474-501.

Chartrand, G., Lesniak, L., & Zhang, P. (2016). *Graphs & Digraphs Sixth Edition*. Florida: Taylor & Francis Group, LLC.

Diestel, R. (2017). *Graph Theory Fifth Edition*. Berlin: Springer Nature.

Fournier, J.-C. (2009). *Graph Theory and Applications*. London: ISTE Ltd.

Gross, J. L., Yellen, J., & Zhang, P. (2014). *Handbook of Graph Theory Second Edition*. Florida: Taylor & Francis Group, LLC.

Meng, K. K., Fengming, D., & Guan, T. E. (2007). *Introduction to Graph Theory H3 Mathematics*. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

Merris, R. (2001). *Graph Theory*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Nazir, M. (2003). *Metode Penelitian*. Jakarta: Ghalia Indonesia.

Ray, S. S. (2013). *Graph Theory with Algorithms and its Applications*. New Delhi: Springer India.

Rigo, M. (2016). *Advanced Graph Theory and Combinatorics*. London: ISTE Ltd.

Vasudev, C. (2006). *Graph Theory with Application*. New Delhi: New Age International (P) Ltd., Publishers.

Wilson, R. J. (1996). *Introduction to Graph Theory Fourth Edition*. Essex: Longman Group Ltd.

Wu, X., Duan, J., Pan, Y., & Li, M. (2023). Medical Knowledge Graph: Data Sources, Construction, Reasoning, and Applications. *Big Data Mining and Analytics*, 201-217.

Zed, M. (2008). *Metode Penelitian Kepustakaan*. Jakarta: Yayasan Obor Indonesia.

