

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan ilmu eksak yang menggunakan rumus dan perhitungan dalam mencari nilai atau solusi dari suatu permasalahan. Matematika dapat menyajikan bentuk yang lebih sederhana sehingga lebih mudah diselesaikan, seperti mencari bentuk matematika pada soal cerita. Bentuk matematika dibutuhkan dalam proses mencari nilai akar atau solusi dari suatu persamaan linear maupun nonlinear. Banyak cara yang digunakan dalam mencari solusi tersebut, dari cara yang sederhana hingga cara yang khusus. Rumus familiar yang digunakan untuk mencari akar atau solusi dari suatu persamaan linear yaitu rumus kuadratik (digunakan untuk mencari solusi persamaan kuadrat). Akan tetapi, tidak semua permasalahan matematis dapat diselesaikan dengan mudah. Permasalahan yang sering muncul ketika mencari solusi suatu persamaan yaitu, tidak semua persamaan bisa dicari solusinya. Hal tersebut menjelaskan bahwa tidak semua permasalahan dapat diselesaikan dengan metode analitik. Jika demikian, maka persamaan tersebut dapat diselesaikan dengan metode numerik.

Persamaan nonlinear, pada umumnya tidak dapat diselesaikan dengan metode analitik, sehingga menggunakan metode numerik untuk mencari solusi persamaan nonlinear. Terdapat beberapa fungsi tujuan dalam persamaan nonlinear yang tidak bisa diselesaikan secara analitik, tetapi dapat diselesaikan dengan metode-metode khusus untuk penyelesaian masalah persamaan nonlinear (Utami, dkk, 2013). Secara umum, metode yang digunakan dalam menyelesaikan masalah persamaan nonlinear dibagi menjadi dua, yaitu metode tertutup dan metode terbuka. Metode *bisection* dan metode *false position* merupakan metode tertutup, sedangkan metode Newton-Raphson dan metode *secant* merupakan metode terbuka.

Tujuan penghitungan yaitu memperoleh penghayatan masalah secara tepat dalam waktu yang sesingkat-singkatnya (Djojodihardjo, 2000). Intinya, dalam menyelesaikan suatu permasalahan memerlukan keakuratan dalam waktu yang singkat. Begitu pula ketika mencari solusi persamaan nonlinear, membutuhkan metode yang cepat dan akurat dalam penyelesaiannya. Metode Newton-Raphson merupakan metode yang paling cepat dan paling teliti dalam mendapatkan solusi dari suatu persamaan, kemudian disusul berturut-turut metode *secant*, metode *false position*, metode *false position* dimodifikasi,

dan metode *bisection* (Andiani 2009). Berdasarkan penjelasan tersebut, dapat disimpulkan bahwa metode Newton-Raphson merupakan metode yang paling baik dalam mencari akar persamaan. Metode Newton-Raphson merupakan metode yang paling populer dan paling digemari dalam mencari solusi persamaan nonlinear, karena kecepatan dan keakuratan dalam mencari akar persamaan.

Metode Newton-Raphson adalah metode penyelesaian persamaan nonlinear $f(x) = 0$ dengan menggunakan persamaan P. 1 (Munif & Hidayatullah, 2003).

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \dots\dots\dots (1.1)$$

yang memerlukan perkiraan awal x_0 dan turunan pertama $f'(x) \neq 0$. Point yang perlu diperhatikan dalam metode Newton-Raphson adalah ketika mengambil titik awal sebagai perkiraan awal, jika pengambilan titik awal kurang tepat, dapat menyebabkan nilai iterasi menjauhi nilai sebenarnya (akar sebenarnya) atau bisa disebut juga divergen. Perlu diperhatikan syarat yang harus dipenuhi dalam menggunakan suatu metode, karena setiap metode mempunyai syarat, asumsi, kelebihan, dan kekurangan masing-masing. Banyaknya metode yang digunakan untuk mencari solusi persamaan nonlinear, menyebabkan kebingungan dalam penggunaannya. Oleh sebab itu, metode digunakan secara acak untuk mencari solusi dari persamaan nonlinear. Padahal tidak semua metode bisa digunakan dalam menyelesaikan semua permasalahan. Masalah yang muncul ketika menggunakan metode Newton-Raphson dalam mencari solusi persamaan nonlinear yaitu, lamanya penyelesaian ditemukan atau membutuhkan iterasi yang banyak dalam menemukan solusi dari persamaan nonlinear, dan lain sebagainya. Masalah tersebut muncul karena menggunakan metode tanpa tahu asumsi yang berlaku dalam metode yang digunakan.

Asumsi diperlukan dalam suatu metode untuk mengukur baik atau tidaknya metode tersebut. Metode yang baik mempunyai asumsi yang sedikit. Semakin banyak asumsi yang berlaku maka metode tersebut kurang baik untuk digunakan. Banyaknya asumsi akan berdampak pada penggunaan metode, karena dampak yang ditimbulkan menyebabkan metode tidak bisa digunakan, dengan kata lain, semakin banyak asumsi maka metode tersebut semakin banyak mempunyai kekurangan. Hal yang biasa terjadi di dunia pendidikan, terutama di perkuliahan, mahasiswa menggunakan metode untuk mencari solusi dari suatu persamaan tanpa mengetahui asumsi yang berlaku dalam metode tersebut. Dampaknya, solusi persamaan tidak ditemukan karena metode tidak

bisa digunakan. Penelitian ini akan menganalisis asumsi metode Newton-Raphson dalam menghampiri solusi persamaan nonlinear.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, maka dapat dirumuskan permasalahan yaitu bagaimana analisis asumsi metode Newton-Raphson dalam menghampiri solusi persamaan nonlinear?

1.3 Tujuan Penelitian

Setiap metode mempunyai syarat dan asumsi masing-masing. Metode Newton-Raphson mempunyai syarat, yaitu $f(x)$ harus mempunyai nilai turunan, hanya membutuhkan satu perkiraan awal yaitu x_0 , dan masih banyak syarat lainnya. Syarat atau asumsi dibutuhkan agar metode Newton-Raphson dapat digunakan untuk mencari akar persamaan. Masalah yang muncul seperti tidak ditemukannya akar persamaan terjadi karena tidak terpenuhinya asumsi yang berlaku. Sehingga, tujuan penelitian ini yaitu untuk mendeskripsikan dampak jika asumsi metode Newton-Raphson tidak terpenuhi.

1.4 Batasan Masalah

Persamaan nonlinear mempunyai banyak bentuk persamaan yaitu, persamaan polinomial, trigonometri, logaritma, eksponen, dan masih banyak lagi. Persamaan dalam matematika mengandung komponen-komponen yaitu variabel, koefisien, dan konstanta. Metode Newton-Raphson mempunyai banyak asumsi yang harus dipenuhi agar metode Newton-Raphson dapat digunakan, seperti akar persamaan bukan akar kompleks (imajiner). Berdasarkan hal tersebut dibutuhkan batasan untuk mempersempit ruang lingkup penelitian. Dalam penelitian ini memiliki batasan-batasan, yaitu:

1. Analisis asumsi metode Newton-Raphson, bertujuan untuk mengetahui dampak yang akan terjadi jika asumsi metode Newton-Raphson tidak terpenuhi.
2. Persamaan $f(x)$ merupakan persamaan polinomial berderajat tiga. Digunakan sebagai contoh untuk memperjelas proses analisis asumsi.
3. Menggunakan persamaan nonlinear satu variabel. Persamaan hanya mempunyai satu variabel yang akan dicari nilainya. Contoh, $x^3 - 1470x^2 - 5730x + 6763 = 0$.
4. Asumsi yang digunakan ada dua yaitu $f'(x) \neq 0$ dan memenuhi $\left| \frac{f(x_1) \cdot f''(x_1)}{f'(x_1)^2} \right| < 1$.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini yaitu:

1. Dapat digunakan sebagai titik acuan dalam memilih metode yang tepat dalam menyelesaikan suatu permasalahan nonlinear.
2. Dapat digunakan sebagai salah satu referensi untuk mengembangkan metode yang lebih baik lagi.

